

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ
ЛЬВІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

РІЗДВЯНІ ДИСКУСІЇ 2015
ПРИСВЯЧЕНІ 110-РІЧЧЮ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ
ПРОФЕСОРА В. С. МІЛЯНЧУКА

ПРОГРАМА І ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

Львів, 12–13 січня 2015 року

Ауд. 10 (вул. Драгоманова, 12)

РІЗДВЯНІ ДИСКУСІЇ 2015

12 січня 2015 року

10:00 Відкриття. *І. Вакарчук*

Головуючий: **І. Вакарчук**

10:00+ ε –10:20 *О. Попель*, Професор Міліянчук і фізичний факультет
Львівського університету

10:20–10:45 *Х. Міліянчук*, Гідриди інтерметалічних сполук

10:45–11:30 *Б. Новосядлий*, Темна енергія на космологічних та астрофізичних масштабах:
властивості та проблеми

11:30–12:00 Кава

12:00–12:45 *Ю. Дубленич*, Неспіввимірні однокутові спіральні впорядкування
класичних Гейзенбергових спінів на ґратках із трикутних драбинок

12:45–13:30 *А. Дувіряк*, Про нефізичні розв'язки релятивістичних рівнянь руху

Головуючий: **Ю. Головач**

15:00–15:45 *А. Швайка*, Вплив локальних і нелокальних кореляцій
на термоелектричні властивості сильноскорельованих електронних систем

15:45–16:30 *Й. Гуменюк*, Градієнтні внески в термодинамічні величини газу
низької густини у теплопровідному слабонерівноважному стаціонарному стані

16:30–17:00 Кава

17:00–17:20 *А. Кузьмак*, Квантова еволюція на торі

17:20–17:40 *М. Krasnytska, B. Berche, Yu. Holovatch, R. Kenna*, Violation of the Lee Yang
circle theorem for the Ising model on a complex network

17:40–18:00 *О. Мриглюд*, Оцінювання привабливості наукових публікацій
шляхом аналізу статистики їх онлайн завантажень

18:00–18:20 *В. Васюта*, Атом водню в просторі зі спіноюю некомутативністю координат

13 січня 2015 року

Головуючий: **В. Ткачук**

10:00–10:45 *V. Dotsenko, Yu. Holovatch*, Universal free energy distribution in the critical point of a random Ising ferromagnet

10:45–11:30 *A. Вдович, А. Моїна, Р. Левицький, І. Зачек*, Електрокалоричний ефект в сегнетоелектриках типу KN_2PO_4

11:30–12:00 Кава

12:00–12:45 *О. Сергієнко, Б. Новосядлий*, Відлуння Великого Вибуху: чи “бачимо” ми реліктові гравітаційні хвилі?

12:45–13:30 *В. Ігнатюк, В. Морозов*, Вплив квантового вимірювання та взаємодії “кубіт–термостат” на когерентність відкритої квантової системи

Головуючий: **А. Дувіряк**

15:00–15:20 *І. Вакарчук, Г. Паночко*, Теорія багатобозонних систем і деформована алгебра Гайзенберга

15:20–15:40 *А. Ровенчак*, Розрахунок спектра бозе-системи в довгохвильовій границі

15:40–16:00 *М. Самар*, Максимально локалізовані стани в деформованому просторі

16:00–16:20 *Х. Гнатенко, Ю. Криницький, В. Ткачук*, Енергетичні рівні атома водню у сферично-симетричному просторі з некомутативністю координат

16:20–17:05 *В. Ткачук*, Проблема впорядкування маси й імпульсу в операторі кінетичної енергії

17:05–17:50 *В. Padlyak, Cz. Koeperke, J. Mikulski, K. Wiśniewski*, Spectroscopy, excited state absorption and optical gain of the Cr-doped tetraborate glasses

17:50–... Закриття

Темна енергія на космологічних та астрофізичних масштабах: властивості та проблеми

Б. Новосядлий, Ю. Кулініч, О. Сергієнко, М. Ціж
Астрономічна обсерваторія та кафедра астрофізики
Львівського національного університету імені Івана Франка

Приведено результати вивчення властивостей та спостережуваних проявів динамічної темної енергії на космологічних та астрофізичних масштабах, а також можливостей визначення параметрів скалярно-польових моделей темної енергії та реконструкції її лагранжіана на основі сучасних спостережуваних даних. Зокрема, висвітлюється еволюція такого поля і його основних фізичних параметрів у Всесвіті, який розширюється, в статичному світі галактик, в околицях зір та чорних дір. Детально вивчено вплив різних типів темної енергії на динаміку розширення Всесвіту, формування його великомасштабної структури та анізотропію реліктового випромінювання. Приведено результати визначень основних параметрів темної енергії на основі порівняння теоретично розрахованих характеристик із відповідними спостережуваними даними. Показано, що сучасні спостережувані дані, пов'язані з космологічними масштабами, дають можливість надійно визначити параметри густини та рівняння стану темної енергії, однак ніяк не обмежують значення ефективної швидкості звуку. Приведено перші спроби оцінки нижньої межі цієї величини на основі астрофізичних даних.

Зарядові кореляції в рідких металах при високих тисках

Ю. Дубленич

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Попри понад півсотні років наполегливих досліджень, проблема основних станів для деяких класичних Гайзенбергових спінових моделей і досі залишається викликом для теоретиків. Найвідоміший і найвикористовуваніший метод у цій галузі — метод Латинджера–Тиси [1] та його узагальнення [2] — незастосовний до складних гамільтоніанів (наприклад, із зовнішнім полем або з біквадратичним обміном) і важкозастосовний до ґраток, що не є ґратками Браве.

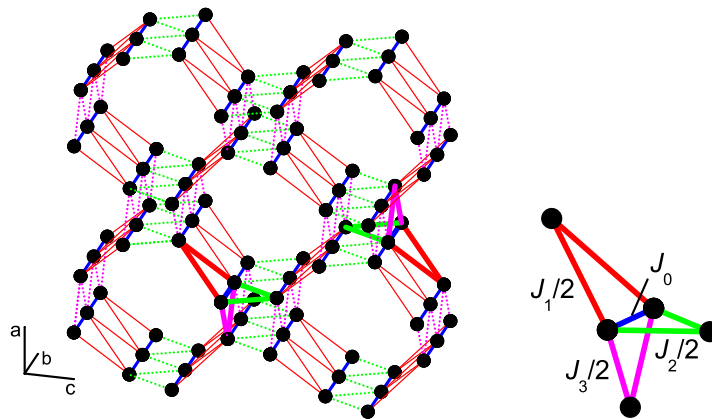


Рис. 1: Узагальнена ґратка голландиту (справа) утворена трикутними драбинками трьох типів. Її можна розбити на однакові тритрикутні кластери (зліва).

Існує ще кластерний метод, запропонований Ліонсом і Капланом п'ятдесят років тому [3], проте він “радше невідомий”, хоча простий й інтуїтивно зрозумілий [4, 5]. Є велика сім'я ґраток,

для яких, попри наявність фрустрацій і те, що ці ґратки не є ґратками Браве, розв'язок задачі про основні стани можна одержати надзвичайно простим і зрозумілим способом. Це сім'я дво- і тривимірних ґраток, що утворені трикутними драбинками. Існує чимало сполук, де магнетні атоми утворюють ґратки такого типу. Кластерний метод ідеально підходить для класичної моделі Гейзенберга на цих ґратках. За його допомогою ми показуємо, як присутність структурних трикутників, а отже геометричних фрустрацій у ґратках із трикутних драбинок призводить до виникнення неспіввимірних спіральних упорядковань. Цікаво, що ці упорядкування визначаються єдиним кутом (разом зі знаками взаємодій між сусідніми спінами вздовж шаблів драбинок), тому ми пропонуємо називати їх "однокутовими спіральними впорядкуваннями".

- [1] J. M. Luttinger and L. Tisza, Phys Rev. **70**, 954 (1946); J. M. Luttinger, *ibid* **81** 1015 (1951).
- [2] T. A. Kaplan and N. Menyuk, Philos. Mag. **87**, 3711 (2007); Corrigendum: **88**, 279 (2008).
- [3] D. N. Lyons and T. A. Kaplan, J. Phys. Chem. Solids **25**, 645 (1964); **25**, 1501(E) (1964).
- [4] T. A. Kaplan, Phys. Rev. B **80**, 012407 (2009).
- [5] L. X. Hayden, T. A. Kaplan, and S. D. Mahanti, Phys. Rev. Lett. **105**, 047203 (2010).

Про нефізичні розв'язки релятивістичних рівнянь руху

А. Дувір'як

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

В релятивістичній механіці частинок виникають рівняння руху з вищими похідними (такі як р-ня Лоренца-Дірака), або різницево- чи інтегро-диференційні, як у формалізмі інтегралів дії типу Фоккера. У порівнянні з нерелятивістичною механікою такі р-ня руху допускають ширшу множину розв'язків, частина яких не виглядає фізично змістовною. Прикладами є самоприскорення вільного заряду в р-ні Лоренца-Дірака, або нестійкість орбіт в електродинаміці Вілера-Фейнмана. Дослідження задачі 2-х тіл у формалізмі Фоккера є дуже складною задачею, а критерії відбору фізичних розв'язків не є очевидними.

Для ілюстрації та кращого розуміння проблеми запропоновано точно розв'язну нерелятивістичну модель 2-частинкового осцилятора з часовою нелокальністю взаємодії, що характеризується параметром нелокальності τ . Розглядаються різні приклади розподілу взаємодії у часі, явно отримано розв'язки рівнянь руху, їх поведінка досліджується у локальній границі $\tau \rightarrow 0$, і залежно від неї розв'язки класифікуються у 4 типи:

1. рух системи в цілому за інерцією;
2. нетривіальні розв'язки, регулярні при $\tau \rightarrow 0$;
3. нестійкі розв'язки, сингулярні при $\tau \rightarrow 0$;
4. істотно нелокальні розв'язки, що виникають при $\tau > \tau_0 > 0$.

Р-ки 1-го та 2-го типів є очевидно фізичними, 3-го – очевидно нефізичними, а 4-го типу – дискусійними, оскільки їх властивості досить незвичні.

Ця класифікація пасує і до відомих з літератури розв'язків задачі 2-х тіл в рамках електродинаміки Вілера-Фейнмана. Зокрема, існування р-ків 4-го типу виявлено останнім часом чисельними методами як існування точок біфуркації. Подібних особливостей слід сподіватися і в інших релятивістичних задачах, зокрема в моделі Рівакоби-Вейса типу Фоккера, що описує конфайнмент 2-х частинок. Ця модель та її модифікації придатні для опису важких та легких мезонів як 2-кваркових систем. А необхідним кроком до квантування таких моделей є відбір фізично змістовних розв'язків.

Вплив локальних і нелокальних кореляцій на термоелектричні властивості сильноскорельованих електронних систем

А. Швайка

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Досліджується вплив локальних і нелокальних кореляцій на перенос заряду і тепла для моделі Фалікова–Кімбала з корельованим переносом. Отримано вирази для операторів електричного струму і потоку енергії та перевірено співвідношення Больцмана для кінетичних коефіцієнтів. В рамках теорії динамічного середнього поля отримано точні розв'язки для електро- та теплопровідності і термо-е.р.с. Досліджено температурні залежності коефіцієнтів переносу для значень нелокальних кореляцій, які відповідають суттєвій перебудові густини станів та транспортної функції. Встановлено випадки, які відповідають значному покращенню термоелектричних властивостей.

Градінтні внески в термодинамічні величини газу низької густини у теплопровідному слабонерівноважному стаціонарному стані

Й. Гуменюк

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Стаціонарні стани багаточастинкової системи з потоком тепла розширюють поняття рівноважних термодинамічних станів. Навіть у випадку слабого відхилення від рівноваги розрахувати термодинамічні характеристики непросто [1,2].

Для газу низької густини, що перебуває у теплопровідному слабонерівноважному стаціонарному стані, ми цікавимося внесками у термодинамічні величини, які зумовлені малими градієнтами температури. Розрахунок нерівноважних поправок до тиску P , внутрішньої енергії E та ентропії S проведено [3] в рамках феноменологічного підходу на основі уявлень теорії неперервного середовища і результатів рівноважної статистичної механіки.

Вирази для P , E та S одержано у вигляді розкладів за парними порядками градієнтів температури до 4-го порядку включно. Виведено вирази для стисливостей і теплоємностей. Показано, що знайдена ентропія в наближенні 2-го порядку задовольняє II начало термодинаміки для нерівноважних процесів.

[1] J. Casas-Vázquez, D. Jou, Rep. Prog. Phys. **66**, 1937 (2003).

[2] S. Sasa, H. Tasaki, J. Stat. Phys. **125**, 126 (2006).

[3] Й. А. Гуменюк, препринт ICMP-14-11U (Львів, 2014).

Квантова еволюція на торі

А. Кузьмак

Кафедра теоретичної фізики,
Львівський національний університет імені Івана Франка,

Розглянуто систему двох спінів взаємодія між якими описується гайзенбергівською XX моделлю з додатковою ZZ взаємодією. Також, досліджено систему двох спінів, які описуються моделлю Дзялошинського–Морії з додатковою ZZ взаємодією. Показано, що квантова еволюція таких систем під дією зовнішнього магнітного поля відбувається на деякому многовиді, топологія якого залежить від співвідношення між константами зв'язку. У випадку, якщо таке співвідношення є раціональним числом то тоді цей многовид є тором. Довільний стан, який належить до такого

многovidу, характеризується двома параметрами, один з яких пропорційний до величини магнітного поля, а другий — до часу еволюції. У підсумку було отримано гамільтоніан, який забезпечує еволюцію між двома заданими станами на такому многovidі, а також знайдено параметри, які характеризують еволюцію системи між цими станами, а саме швидкість і час еволюції.

Violation of the Lee Yang circle theorem for the Ising model on a complex network

M. Krasnytska^{1,2}, B. Berche², Yu. Holovatch¹, R. Kenna³

¹Institute for Condensed Matter Physics, NAS of Ukraine, Lviv,

²Institut Jean Lamour, CNRS/UMR 7198, Groupe de Physique Statistique, Université de Lorraine, Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France,

³Applied Mathematics Research Centre, Coventry University, Coventry, United Kingdom

We consider the Ising model on an annealed complex network with the node degree distribution decaying as a power law $p(k) \sim k^{-\lambda}$. It is well settled by now that the second order phase transition occurs in such a model at finite temperature T_c for $\lambda > 3$. To get more information about the peculiarities of this transition, we analyze coordinates of the partition function zeros at $T = T_c$ in the complex magnetic field h , the so-called Lee Yang zeros. We find that the smallest zero coordinate approaches the origin with an increase of the system size N as $h_1 \sim N^{-\sigma_h}$, $\sigma_h(3 < \lambda < 5) = (\lambda - 2)/(\lambda - 1)$, $\sigma_h(\lambda > 5) = 3/4$. At the marginal case $\lambda = 5$ this approach is enhanced by the logarithmic correction $h_1 \sim N^{-3/4}(\ln N)^{1/4}$. Our analysis reveals striking difference in zeros behaviour at $3 < \lambda < 5$ and $\lambda = 5$. Whereas in the latter case the zeros are purely imaginary (i.e. they lie on the unit circle in the complex e^h plane), this does not hold in the former case, where the zeros coordinates have both imaginary and real components. We calculate these coordinates for different values of λ and discuss the reason why the model under consideration does not satisfy the Lee Yang circle theorem.

Оцінювання привабливості наукових публікацій шляхом аналізу статистики їх онлайн завантажень

О. Мриглод

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Поняття якості наукових публікацій тісно пов'язане із поняттям якості результатів наукової роботи загалом. Відомі нині кількісні методи оцінювання ефективності у сфері науки, як правило, базуються власне на аналізі опублікованих статей. Природно, що такі поняття як якість чи науковий рівень важко формалізувати чи виразити числом, проте інші аспекти значущості публікацій можна спробувати “виміряти”. Так, про ступінь їх впливу на подальші дослідження свідчать індикатори рівня цитованості; так звані альтметричні показники демонструють жвавість обговорень статей у соціальних мережах та наукових блогах; про рівень же привабливості для потенційних читачів, що згодом можуть процитувати чи прокоментувати публікацію, може свідчити активність завантажень онлайн. На відміну від цитувань, дослідженню статистики завантажень досі приділялося набагато менше уваги. Проте ми вважаємо, що ця характеристика може слугувати доповненням до опису наукової роботи, свідчити про популярність тематичних напрямків, а також виявляти різні мотивації у користувачів, що здійснюють пошук наукової інформації. У нашій роботі було проаналізовано статистику завантажень статей, опублікованих у науковому журналі “Europhysics Letters”. Ми побачили, що закономірності, характерні для цитованості, можна знайти і для завантажуваності: наприклад, деякі статті активніше привертають увагу відразу після опублікування, тоді як інші можуть відчувати пік зацікавлення лише після кількох місяців онлайн. Як і у випадку цитувань, процес так званого “старіння” завантажень — тобто зменшення швидкості їх акумулювання із часом — також характеризується експоненційними загасаннями.

[1] O. Mryglod, R. Kenna, Yu. Holovatch, EPL **108**, 50011 (2014); arXiv:1409.7889 (2014).

Атом водню в просторі зі спіноюю некомутативністю координат

В. Васюта

Кафедра теоретичної фізики,
Львівський національний університет імені Івана Франка

Розглянуто в рамках теорії збурень атом водню у просторі зі спіноюю некомутативністю координат [1]:

$$\begin{aligned} [X_i, X_j] &= i\theta^2 \varepsilon_{ijk} s_k, & [X_i, P_j] &= i\hbar \delta_{ij}, & [P_i, P_j] &= 0, \\ [s_i, s_j] &= i\hbar \varepsilon_{ijk} s_k, & [X_i, s_j] &= i\theta \varepsilon_{ijk} s_k, & [P_i, s_j] &= 0. \end{aligned}$$

Особливістю такої алгебри з некомутуючими координатами є її інваріантність відносно поворотів, чого неможливо забезпечити для так-званої канонічної некомутативної алгебри

$$[X_i, X_j] = i\theta_{ij}, \quad [X_i, P_j] = i\hbar \delta_{ij}, \quad [P_i, P_j] = 0,$$

де θ_{ij} – стала матриця констант [2].

Знайдено поправки до енергетичного спектру атома водню. Показано, що для рівнів з $l \neq 0$ головний вклад вносять доданки пропорційні до θ^2 . Для знаходження поправок до s -рівнів використано модифіковану теорію збурень [3]. Отримано ведучі поправки, пропорційні до $\theta^2 \ln \theta$.

Використовуючи отримані результати, а також результати вимірювання частоти переходу між енергетичними рівнями $2s$ - $1s$ атома водню [4], було знайдено верхню межу параметра некомутативності

$$\theta \leq 2.5 \cdot 10^{-19} \text{ м.}$$

[1] H. Falomir, J. Gamboa, J. López-Sarrión *et al.*, Phys. Lett. B **680**, 384 (2009).

[2] N. Seiberg, E. Witten, JHEP **09** 032 (1999).

[3] M. M. Stetsko, V. M. Tkachuk, Phys. Rev. A **74**, 012101 (2006).

[4] A. Matveev, C.G. Parthey, K. Predehl *et al.*, Phys. Rev. Lett. **110**, 230801 (2013).

Universal free energy distribution in the critical point of a random Ising ferromagnet

V. Dotsenko^{1,2}, *Yu. Holovatch*³

¹LPTMC, Université Paris VI, 75252 Paris, France

²L.D. Landau Institute for Theoretical Physics, Moscow, Russia

³Institute for Condensed Matter Physics, NAS of Ukraine, Lviv

We discuss the non-self-averaging phenomena in the critical point of weakly disordered Ising ferromagnet. In terms of the renormalized replica Ginzburg-Landau Hamiltonian in dimensions $D < 4$ we derive an explicit expression for the probability distribution function (PDF) of the critical free energy fluctuations. In particular, using known fixed-point values for the renormalized coupling parameters we obtain the universal curve for such PDF in the dimension $D = 3$. It is demonstrated that this function is strongly asymmetric: its left tail is much more slow than the right one [1].

This work was supported by the International Research Staff Exchange Scheme Grant No. IRSES DCPA PhysBio-269139 within the Seventh Framework Program of the European Union.

[1] V. Dotsenko, Yu. Holovatch, Phys. Rev. E **90** 052126 (2014).

Електрокалоричний ефект в сегнетоелектриках типу KN_2PO_4

А. Вдович^а, А. Мойна^а, Р. Левіцький^а, І. Зачек^б

^аІнститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів,

^бНаціональний університет "Львівська політехніка", Львів

В модифікованій моделі протонного впорядкування для кристалів типу KN_2PO_4 (KDP) враховано нелінійний ефект - залежність ефективних дипольних моментів від параметра протонного впорядкування. В наближенні чотиричастинкового кластера за короткосяжними взаємодіями між протонами та в наближенні середнього поля за далекосяжними розраховано поляризацію кристалів, поздовжню діелектричну проникність, п'єзоелектричні модулі, ентропію, молярну теплоємність. Отримано добре узгодження цих характеристик з експериментальними даними. Описано розмивання сегнетоелектричного фазового переходу поздовжнім електричним полем.

Досліджено зміну температури ΔT кристалів типу KDP при адіабатичній зміні електричного поля. Електрокалоричний ефект в цих кристалах виникає внаслідок впорядкування протонів (і, відповідно, зменшення ентропії) в електричному полі (рис.1). Встановлено, що при дейтеруванні кристалів типу KDP електрокалоричний ефект зростає. Це пов'язано із більш вираженою першорідністю фазового переходу, а також із більшою величиною спонтанної поляризації.

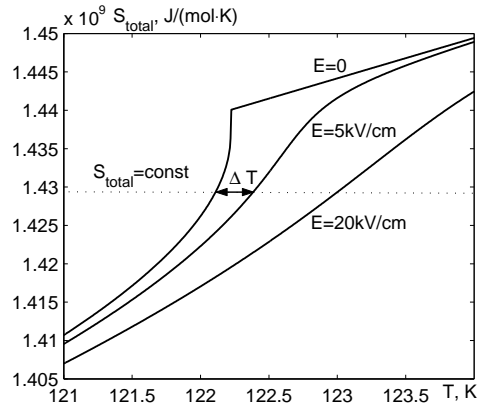


Рис. 1: Температурна залежність молярної ентропії кристалів KN_2PO_4 при різних величинах поля.

- [1] A. S. Vdovych, A. P. Moina, R. R. Levitskii, I. R. Zachek, *Condens. Matter Phys.* **17**, 43703:1-10 (2014).
- [2] A. S. Vdovych, A. P. Moina, R. R. Levitskii, I. R. Zachek, arXiv:1405.1327v1 (2014).

Відлуння Великого Вибуху: чи “бачимо” ми реліктові гравітаційні хвилі?

О. Сергієнко, Б. Новосядлий

Астрономічна обсерваторія, Львівський національний університет імені Івана Франка

Детектування реліктових гравітаційних хвиль (тензорної моди збурень) в експерименті ВІСЕР2 мало шанси стати науковою подією 2014 року та одним з головних проривів у космології другого десятиліття 21 століття. Однак, останні результати Космічної Обсерваторії Planck вказують на те, що отриманий експериментом ВІСЕР2 сигнал може бути пов'язаним з поляризованим тепловим випромінюванням Галактичного пилу. Окрім того, результати ВІСЕР2 розходяться

з результатами, отриманими на основі даних Planck щодо флуктуацій температури реліктового випромінювання та лінзування для моделі з космологічною сталою. Ми обговорюємо прогрес у визначенні вкладу тензорної моди збурень, що відбувся за останні 15 років, та вивчаємо розходження між результатами, отриманими на основі даних Planck та WMAP2 в рамках космологічних моделей з динамічною темною енергією.

Вплив квантового вимірювання та взаємодії “кубіт–термостат” на когерентність відкритої квантової системи

В. Ігнатюк^а, В. Морозов^б

^аІнститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

^бМосковський державний технічний університет радіотехніки, електроніки та автоматики, Москва, Росія

Проведено систематизацію деяких математичних аспектів [1,2], які стосуються опису квантових вимірювань. Зроблено короткий огляд відмінностей між селективним та неселективним вимірюванням, а також введено в обіг термінологію “дуальна/недуальна” схеми, що безпосередньо пов’язані з дією вимірювального пристрою, і, водночас, допускають чітке математичне формулювання.

Проведено дослідження спільного впливу різних типів квантових вимірювань та взаємодії “кубіт-термостат” на динаміку відкритої квантової системи, що описується на основі точно розв’язуваної спин–бозонної моделі з розфазуванням [3]. Досліджено динаміку когерентності системи та ступінь її чистоти при наявності початкових кореляцій. Показано, що при певних умовах щодо вимірювання може відбутися різке підсилення когерентності системи на початковому етапі її еволюції.

Проведено розрахунок нерівноважної ентропії для певного недуального випадку та двох різних типів дуальних вимірювань. Показано, що при вибраному недуальному вимірюванні при проміжних значеннях константи зв’язку система постійно втрачає свою когерентність, а в області сильного зв’язку ентропія є осцилюючою функцією часу. При дуальних вимірюваннях нами розглянуто два випадки:

1. коли унітарні оператори U_m , які описують дію вимірювального пристрою на спінову підсистему S , не залежать від виходів m , а щодо усього іншого вони є довільними;
2. коли унітарні оператори тотожні одиничним, що відповідає гіпотетичній ситуації ідеальних вимірювань без збурення системи S .

Показано, що у першому випадку поряд з динамічним очищенням системи [4] існує додаткове “очищення посередком вимірювання”.

Підсумовуючи, можна сказати, що у випадку неселективних вимірювань можливо добитись “конструктивного” впливу оточення кубіта на когерентність системи шляхом певного налаштування вимірювального приладу. Ми вважаємо, що отримані результати можуть сприяти здійсненню ефективного динамічного контролю над реальними відкритими квантовими системами шляхом проведення низки вимірювань певного типу, форми та тривалості.

[1] H.-P. Breuer, F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford University, Oxford, 2007).

[2] А. С. Холево, *Введение в теорию квантовой информации. Цикл лекций* (Москва, 2013).

[3] V. G. Morozov, S. Mathey, G. Röpke, *Phys. Rev. A* **85**, 022101 (2012).

[4] J. Dajka, B. Gardas, J. Łuczka, *Int. J. Theor. Phys.* **52**, 1148 (2013).

Теорія багатобозонних систем і деформована алгебра Гайзенберга

I. O. Вакарчук¹, Г. Паночко²

¹Кафедра теоретичної фізики, ЛНУ імені Івана Франка,

²Природничий коледж, ЛНУ імені Івана Франка

Розглянемо багатобозонну систему з сильно розвинутими ангармонізмами коливань густини частинок. Припустимо, що гамільтоніан такої моделі в зображенні колективних змінних $\rho_{\mathbf{k}}$ містить лише гармонічну частину:

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \rho_{\mathbf{k}} \partial \rho_{-\mathbf{k}}} + \frac{1}{4} \rho_{\mathbf{k}} \rho_{-\mathbf{k}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{N(N-1)}{2V} \nu_0 + \frac{N}{2V} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \nu_{\mathbf{k}} (\rho_{\mathbf{k}} \rho_{-\mathbf{k}} - 1) + \Delta \hat{H},$$

де

$$\rho_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N e^{-i\mathbf{k}r_j}, \quad \mathbf{k} \neq 0,$$

а нелінійні внески в $\Delta \hat{H}$, що описують багаточастинкові кореляції:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{H} = & \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \sum_{\mathbf{k}' \neq 0} \frac{\hbar^2(\mathbf{k}\mathbf{k}')}{2m\sqrt{N}} \rho_{\mathbf{k}+\mathbf{k}'} \frac{\partial^2}{\partial \rho_{\mathbf{k}} \partial \rho_{\mathbf{k}'}} + \\ & + \sum_{n \geq 3} \frac{(-)^n}{4n(n-1)(\sqrt{N})^{n-2}} \sum_{\substack{\mathbf{k}_1 \neq 0 \\ \mathbf{k}_1 + \dots + \mathbf{k}_n = 0}} \dots \sum_{\mathbf{k}_n \neq 0} \frac{\hbar^2}{2m} (k_1^2 + \dots + k_n^2) \rho_{\mathbf{k}_1 \dots \mathbf{k}_n}, \end{aligned}$$

врахуємо, деформуємо комутаційні співвідношення між узагальненими координатами та імпульсами:

$$[Q_{\mathbf{k},\mu}, P_{\mathbf{k},\mu}] = i\hbar(1 - \beta_{\mathbf{k}} Q_{\mathbf{k},\mu}^2),$$

тут $Q_{\mathbf{k},\mu} = \rho_{\mathbf{k}}^\mu$ узагальнені координати та імпульси $P_{\mathbf{k},\mu} = -\partial/\partial \rho_{\mathbf{k}}^\mu$. Основним завданням в цьому підході є вибір параметра деформації $\beta_{\mathbf{k}}$, на який ми накладаємо умову:

$$\beta_{\mathbf{k}} S_{\mathbf{k}} / 2 < 1,$$

тут $S_{\mathbf{k}}$ — структурний фактор, мінімізуючи співвідношення невизначеності Гайзенберга.

Виходячи з цих міркувань, ми пропонуємо застосувати такий метод врахування ангармонічних доданків у ΔH до моделей, що допускають їх розв'язок за теорією збурень. Нами знайдено спектр елементарних збуджень та енергію основного стану, бозе-конденсат, структурний фактор, а також відтворено потенціальну енергію взаємодії між атомами бозе-рідини та парну функцію розподілу через рідинний структурний фактор в основному стані.

Розрахунок спектра бозе-системи в довгохвильовій границі

А. Ровенчак

Кафедра теоретичної фізики,

Львівський національний університет імені Івана Франка

Запропоновано спосіб аналізу взаємодіючої бозе-системи за допомогою двочасових температурних функцій Гріна на колективних змінних. Розглянуто дві системи: рідкий гелій-4 і бозе-рідина з потенціалом Юкави, що може слугувати моделлю ядерної матерії. Застосоване розщеплення у рівняннях руху для функцій Гріна дає змогу отримати добрий опис спектра елементарних збуджень у довгохвильовій границі. Зокрема, доброго узгодження з експериментом вдається досягти для фононної ділянки спектра гелію-4 без залучення поняття ефективної маси.

Максимально локалізовані стани в деформованому просторі

М. Самар

Кафедра теоретичної фізики,
Львівський національний університет імені Івана Франка

Ми досліджуємо одновимірну деформовану алгебру Гайзенберга

$$[x, p] = i\hbar(1 + \beta p^2), \quad (1)$$

яка приводить до мінімальної довжини $\Delta x_{min} = \hbar\sqrt{\beta}$ [1,2]. Оскільки координата не може бути виміряна точно, то власні вектори оператора координати порушують співвідношення невизначеностей Гайзенберга, тобто не мають фізичного змісту. Однак, всю сукупність власних векторів оператора координати можна поділити на ортогональні сім'ї, кожна з яких утворює повний базис на просторі нормованих на одиницю функцій.

На зміну власним функціям оператора координати будуються максимально локалізовані стани як стани, для яких співвідношення невизначеностей Гайзенберга перетворюється у рівність.

Ми показали, що максимально локалізований стан можна записати через нормовану суму двох власних функцій оператора координати.

Всю сукупність цих станів можна поділити на ортогональні сім'ї. Однак, тепер така ортогональна сім'я не утворює повного базису, як це було у випадку власних функцій оператора координати. З множини максимально локалізованих станів, нам вдалося знайти систему функцій, що є повним базисом на підпросторі фізичних функцій.

[1] A. Kempf, J. Math. Phys. **35**, 4483 (1994).

[2] A. Kempf, G. Mangano, R. V. Mann, Phys. Rev. D **52**, 1108 (1995).

Енергетичні рівні атома водню у сферично-симетричному просторі з некомутативністю координат

Х. Гнатенко, Ю. Криницький, В. Ткачук

Кафедра теоретичної фізики
Львівський національний університет імені Івана Франка

Розглянуто проблему порушення сферичної симетрії у просторі з канонічною некомутативністю координат:

$$[X_i, X_j] = i\hbar\theta_{ij}, \quad (1)$$

де θ_{ij} — компоненти сталої антисиметричної матриці.

З метою відновлення сферичної симетрії у некомутативному просторі (1), запропоновано побудувати тензор некомутативності у такому вигляді:

$$\theta_{ij} = \frac{\alpha}{\hbar}(a_i b_j - a_j b_i), \quad (2)$$

де α — безрозмірна константа та a_i, b_i додаткові координати, які відповідають гармонічному осцилятору [1]. Отже, ми розглядаємо наступні комутаційні співвідношення:

$$[X_i, X_j] = i\alpha(a_i b_j - a_j b_i), \quad (3)$$

$$[X_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij}, \quad (4)$$

$$[P_i, P_j] = 0. \quad (5)$$

У сферично-симетричному некомутативному просторі (3)–(5), розглянуто атом водню. Ми знайшли поправки до енергетичних рівнів атома, зумовлені некомутативністю координат [1,2] та на основі експериментальних даних оцінили верхню межу для параметра некомутативності [1].

[1] Kh. P. Gnatenko, V. M. Tkachuk, Phys. Lett. A **378**, 3509 (2014).

[2] Kh. P. Gnatenko, Yu. S. Krynytskyi, V. M. Tkachuk, arXiv:1412.7355 (2014);
to appear in Mod. Phys. Lett. A.

Проблема впорядкування маси й імпульсу в операторі кінетичної енергії

В. Ткачук

Кафедра теоретичної фізики

Львівський національний університет імені Івана Франка

Проблему впорядкування імпульсу та маси, залежної від координат, в операторі кінетичної енергії буде обговорено на кількох прикладах. А саме, розглянемо вільну частинку з масою, залежною від координат, релятивістську частинку та неоднорідну модель сильного зв'язку в континуальній границі. Для кожного з цих прикладів знайдено гамільтоніан, який описує частинку з масою, залежною від координат.

Spectroscopy, excited state absorption and optical gain of the Cr-doped tetraborate glasses

B. V. Padlyak^{a,b}, Cz. Koepke^c, J. Mikulski^c, K. Wiśniewski^c

^aUniversity of Zielona Góra, Zielona Góra, Poland,

^bVlokh Institute of Physical Optics, Lviv, Ukraine,

^cNicolaus Copernicus University, Toruń, Poland

This report addressed to search for novel attractive active media, based on the borate glasses activated by Cr^{3+} ions for broad-band lasers and amplifiers, is a completion of detailed spectroscopic evaluation described in earlier papers. The Cr-doped lithium and potassium-lithium tetraborate ($\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ and $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}$) glasses of high optical quality and chemical purity were obtained from corresponding polycrystalline compounds by fast cooling of their melts according to [1].

The electron paramagnetic resonance (EPR), optical absorption and photoluminescence spectra as well as luminescence kinetics of the $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ and $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ tetraborate glasses at $T = 300$ K were detailed described [2]. In particular, the X-band EPR spectroscopy shows that the Cr impurity is incorporated in the tetraborate glass network as Cr^{3+} isolated (single) centres and $\text{Cr}^{3+}-\text{Cr}^{3+}$ pair centres coupled by magnetic dipolar and exchange interactions. The EPR spectral parameters (g_{eff} and ΔB_{pp}) of both Cr^{3+} and $\text{Cr}^{3+}-\text{Cr}^{3+}$ centres in the $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ and $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ glasses were measured and analysed. All transitions in optical absorption, luminescence excitation and emission spectra of

these glasses are identified. Broad complex bands that peak near 615, 405, and 350 nm in optical absorption and luminescence excitation spectra correspond to the ${}^4A_{2g}(F) \rightarrow {}^4T_{2g}(F)$, ${}^4A_{2g} \rightarrow {}^4T_{1g}(F)$, and ${}^4A_{2g} \rightarrow {}^4T_{1g}(P)$ spin-allowed transitions of the Cr^{3+} centres in distorted octahedral sites of the tetraborate glass network. The octahedral (cubic) crystal field strength ($10Dq$) and Racach parameters (B and C) for Cr^{3+} centres in $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ and $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ glasses are estimated. Narrow and broad emission bands in red-NIR regions are assigned to the ${}^2E_g(F) \rightarrow {}^4A_{2g}(F)$ (R_1 line) and ${}^4T_{2g}(F) \rightarrow {}^4A_{2g}(F)$ (electron-vibration) transitions, which correspond to the Cr^{3+} centres in high-field and low-field sites, respectively. All observed emission bands are characterized by non-exponential decay. Measured average lifetimes and local structure of the Cr^{3+} centres in high-field and low-field sites of the $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ and $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ glass network also have been discussed in [2].

The excited state characteristics by means of the excited state absorption (ESA), optical gain and bleaching spectra $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ and $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ glasses activated by Cr^{3+} ions have been investigated and analysed in [3]. One of the examined glasses ($\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}^{3+}$), in accordance with optimistic comments given in previous article [2], reveals a very broad gain spectrum in the near infrared (IR), which itself is interesting in view of very few reports on glasses showing optical gain for Cr^{3+} ions in the low-field local environment (Fig. 1).

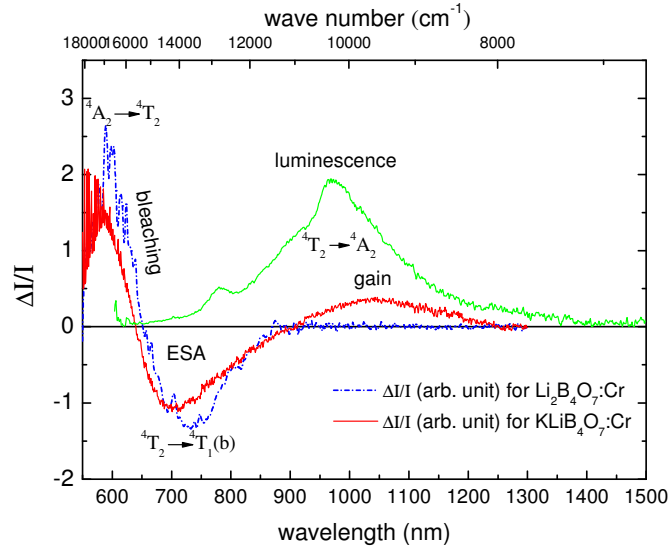


Figure 1: Luminescence and ESA/gain/bleaching spectra of the $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ and $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}$ glasses.

The ESA/gain/bleaching spectra, registered with modern equipment of improved sensitivity, have been reproduced by calculations, and detailed single configuration coordinate diagram, based on the experimental data, has been created for interpretation.

The observed broad-band optical gain peaking around 1050 nm (Fig. 1) allows considering the $\text{KLiB}_4\text{O}_7:\text{Cr}^{3+}$ glass as a potential active medium for tuneable solid-state lasers or broad-band amplifiers operating in the near IR spectral region. The absence of the optical gain in this spectral range in case of the $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7:\text{Cr}^{3+}$ glass is rather due to the technological defects, because theoretical calculations based on the Tanabe-Sugano diagram and emission spectra show that the optical gain, competing with the ESA, should be observed also in this material.

- [1] B. V. Padlyak, S. I. Mudry, Y.O. Kulyk, A. Drzewiecki, V. T. Adamiv, Ya. V. Burak, I. M. Teslyuk, Mater. Sci. Poland **30**, 264 (2012).
- [2] B. V. Padlyak, W. Ryba-Romanowski, R. Lisiecki, V. T. Adamiv, Y.V. Burak, I.M. Teslyuk, Opt. Mater. **34**, 2112 (2012).
- [3] J. Mikulski, Cz. Koepke, K. Wiśniewski, B. V. Padlyak, V. T. Adamiv, Ya. V. Burak, Opt. Mater. **38**, 24 (2014).