

## Рівняння Гамільтона–Якобі

1. Знайти функцію дії одновимірної вільної частинки, яка в момент часу  $t_0$  мала координату  $x_0$ . Перевірити виконання теореми Якобі.
2. Знайти функцію дії для одновимірного гармонічного осцилятора, який в момент часу  $t_0$  мав координату  $x_0$ . Перевірити виконання теореми Якобі.
3. Використовуючи рівняння Гамільтона–Якобі, знайти закон руху частинки в одновимірному потенціалі:
  - (a)  $U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$
  - (b)  $U(z) = mgz$
4. Використовуючи рівняння Гамільтона–Якобі, знайти закон руху частинки в полі  $U(x, y, z)$ , яке рівне
  - (a)  $\frac{x^2}{2} + \frac{y}{2}$
  - (b)  $2x^2 + 3y^2 - 4z^2$
  - (c)  $x - 2y + z^2$
  - (d)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y^2}$
  - (e)  $\frac{1}{x^2} + 2y + z^2$
  - (f)  $\frac{1}{x^2} + 2y^2 - z$
5. Переходячи до сферичних координат і застосовуючи метод Гамільтона–Якобі, знайти закон руху для таких тривимірних потенціалів.
  - (a)  $\frac{m\omega^2 r^2}{2}$
  - (b)  $-\frac{\alpha}{r}$
  - (c)  $-\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2}$
6. Використовуючи метод Гамільтона–Якобі знайти закон руху тіла, що рухається по гладкій похилій площині, яка утворює кут  $\alpha$  з горизонтом.