

Побудова гамільтоніана

1. Побудувати гамільтоніани та записати канонічні рівняння руху для таких лагранжіанів

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad L &= \frac{m\dot{x}^2}{2} & \text{(b)} \quad L &= \frac{\dot{x}^2}{6} - \frac{x\dot{x}}{2} & \text{(c)} \quad L &= \frac{\dot{x}^2}{4} - \frac{x\dot{x}}{3} - \frac{x^2\dot{x}}{5} \\ \text{(d)} \quad L &= \frac{m(\dot{x} + x)^2}{2} - \alpha x^2 & \text{(e)} \quad L &= \frac{m\dot{\mathbf{r}}^2}{2} & \text{(f)} \quad L &= \frac{m\dot{\mathbf{r}}^2}{2} - \alpha x \\ \text{(g)} \quad L &= \frac{m(\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{r})^2}{2} - \alpha yz & \text{(h)} \quad L &= m \frac{e^x \dot{y}^2 + \dot{x}y}{2} & \text{(i)} \quad L &= m \frac{(\dot{x} - 2\dot{y})^2 + \dot{x}y}{2} \end{aligned}$$

2. Побудувати гамільтоніани та записати канонічні рівняння руху для релятивістських лагранжіанів (\mathbf{A} , φ – функції координат та часу)

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad L &= -mc^2 \sqrt{1 - \frac{\dot{x}^2}{c^2}} & \text{(b)} \quad L &= -mc^2 \sqrt{1 - \frac{\dot{\mathbf{r}}^2}{c^2}} \\ \text{(c)} \quad L &= -mc^2 \sqrt{1 - \frac{\dot{\mathbf{r}}^2}{c^2}} + \frac{e}{c}(\mathbf{A}, \dot{\mathbf{r}}) - e\varphi \end{aligned}$$

3. Побудувати гамільтоніани та записати канонічні рівняння руху для

- (a) математичного маятника;
- (b) подвійного математичного маятника;
- (c) математичного маятника, точка підвісу якого здійснює вертикальні коливання за законом $a \cos \omega t$;
- (d) математичного маятника, точка підвісу якого здійснює горизонтальні коливання за законом $a \cos \omega t$.

4. Яка залежність від узагальнених координат та узагальнених швидкостей повинна бути у лагранжіана, щоб гамільтоніан можна було представити як суму кінетичної та потенціальної енергій?