

## Малі коливання

1. Знайти розв'язки таких диференціальних рівнянь:

(a)  $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

(b)  $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2 x = 0$

(c)  $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2 x = \alpha \cos \Omega t$

2. Знайти положення рівноваги та частоту малих коливань частинки в потенціальному полі  $U(x)$  (вважати, що сталі  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $U_0$  — додатні):

(a)  $m \frac{\omega^2 x^2}{2}$

(b)  $U_0 \operatorname{tg}^2(\alpha x)$

(c)  $-U_0 e^{-\beta x^2}$

(d)  $U_0 e^{-\beta x^2}$

(e)  $U_0 e^{-\alpha x + \beta x^2}$

(f)  $-U_0 e^{-\alpha x^2 + \beta x}$

(g)  $U_0 \cos(\alpha x)$

(h)  $U_0 \cos^2(\alpha x)$

(i)  $U_0 \operatorname{tg}(\alpha x)$

(j)  $U_0 (e^{2\alpha x} + 2e^{-\alpha x})$

(k)  $U_0 (e^{-2\alpha x} - 2e^{-\alpha x})$

(l)  $\alpha x^2 + \beta x + U_0$

3. Знайти частоту малих коливань математичного маятника довжини  $\ell$  та маси  $m$ .

4. Знайти частоту малих коливань математичного маятника (маса —  $m$ , довжина  $\ell$ ), точка підвісу якого здійснює вертикальні коливання за законом  $a \cos(\Omega t)$ .

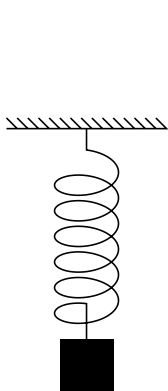
5. Знайти частоту малих коливань однорідного поплавка густини  $\rho$  в рідині з густиною  $\rho_0 > \rho$ , якщо поплавок має форму

(a) вертикально розміщеного куба зі стороною  $a$

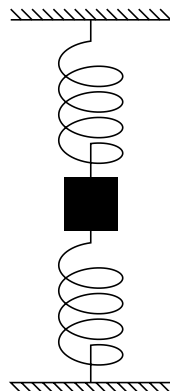
(b) кулі радіуса  $a$

(c) вертикально розміщеного циліндра висоти  $a$  та з радіусом основи  $b$

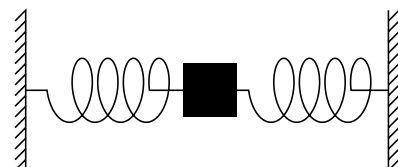
6. Знайти частоту малих коливань таких систем:



(a)



(b)



(c)

Жорсткості всіх пружин  $k$ , довжини в нерозтягнутому стані —  $a$ , маса тягарця  $m$ . У прикладах (b) і (c) відстань між точками кріплення пружин  $\ell$ .