

Дужки Пуассона

1. Порахувати такі дужки Пуассона

- | | | |
|---------------------------------|--|---|
| (a) $\{x, e^x\}$ | (b) $\{x^2, p^2\}$ | (c) $\{x + p^3, e^x\}$ |
| (d) $\{xp^3, e^x\}$ | (e) $\{xy, p_x^4 \cos p_y\}$ | (f) $\{xe^y, p_x^2 + \cos(xp_y)\}$ |
| (g) $\{x + y, p_x^4 \cos p_y\}$ | (h) $\{e^x \sin p_y, x^2 y^2\}$ | (i) $\{e^{xy} p_x, p_x \operatorname{tg} p_y\}$ |
| (j) $\{xp_y p_z, yp_x\}$ | (k) $\left\{ \frac{y + z^3}{x}, p_x p_y + \sin p_x \right\}$ | |

2. Порахувати такі дужки Пуассона

- | | | |
|------------------------------|------------------------------|--|
| (a) $\{M_i, M_j\}$ | (b) $\{x_i, M_j\}$ | (c) $\{p_i, M_j\}$ |
| (d) $\{p^2, M_i\}$ | (e) $\{r^2, M_i\}$ | (f) $\{M^2, M_i\}$ |
| (g) $\{(\mathbf{ar}), M_i\}$ | (h) $\{(\mathbf{ar}), p_i\}$ | (i) $\{(\mathbf{ar}), (\mathbf{bp})\}$ |

M_i позначає i компоненту моменту кількості руху $\mathbf{M} = [\mathbf{r}, \mathbf{p}]$. \mathbf{a} , \mathbf{b} — сталі вектори.

3. Перевірити, чи такі величини є інтегралами руху для системи, еволюція якої

описується тривимірним гамільтоніаном $H = \frac{p^2}{2} - \frac{1}{r}$

- | | | |
|--|-----------|-----------------------------|
| (a) p_x | (b) M_x | (c) $p_x z + p_z x$ |
| (d) M_y^2 | (e) r^2 | (f) $e^{p^2 - \frac{2}{r}}$ |
| (g) $[\mathbf{p}, \mathbf{M}] - \frac{\mathbf{r}}{r}$. Це — вектор Рунге-Ленца. | | |

4. Для величин з попередньої задачі, які виявилися інтегралами руху, переко-
натися, що дужка Пуассона від двох інтегралів руху теж є інтегралом руху.

5. Гамільтоніан системи: $H = \frac{p^2}{2} + \frac{x^2}{2}$. Використовуючи дужки Пуассона, знайти
закон зміни з часом таких фізичних величин:

- | | | |
|---------|-----------|----------|
| (a) x | (b) p^2 | (c) xp |
|---------|-----------|----------|