

Рівняння Гамільтона–Якобі

1. Знайти функцію дії одновимірної вільної частинки, яка в момент часу t_0 мала координату x_0 . Перевірити виконання теореми Якобі.
2. Знайти функцію дії для одновимірного гармонічного осцилятора, який в момент часу t_0 мав координату x_0 . Перевірити виконання теореми Якобі.
3. Використовуючи рівняння Гамільтона–Якобі, знайти закон руху частинки в одновимірному потенціалі:
 - (a) $U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$
 - (b) $U(z) = mgz$
4. Використовуючи рівняння Гамільтона–Якобі, знайти закон руху частинки в полі $U(x, y, z)$, яке рівне
 - (a) $\frac{x^2}{2} + \frac{y}{2}$
 - (b) $2x^2 + 3y^2 - 4z^2$
 - (c) $x - 2y + z^2$
 - (d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y^2}$
 - (e) $\frac{1}{x^2} + 2y + z^2$
 - (f) $\frac{1}{x^2} + 2y^2 - z$
5. Переходячи до сферичних координат і застосовуючи метод Гамільтона–Якобі, знайти закон руху для таких тривимірних потенціалів.
 - (a) $\frac{m\omega^2 r^2}{2}$
 - (b) $-\frac{\alpha}{r}$
 - (c) $-\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2}$
6. Використовуючи метод Гамільтона–Якобі знайти закон руху тіла, що рухається по гладкій похилій площині, яка утворює кут α з горизонтом.