

## Малі коливання з кількома ступенями вільності

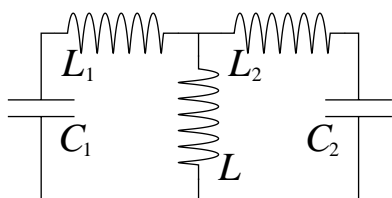
1. Знайти частоти малих коливань, якщо задано лагранжіан системи:

$$(a) L = \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} - \frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2) - \alpha xy \quad (b) L = \frac{(\dot{x} - \dot{y})^2 + \dot{y}^2}{2} - \frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2)$$

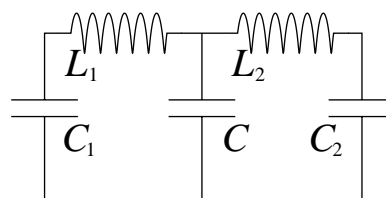
$$(c) L = \frac{m_1 \dot{x}^2 + m_2 \dot{y}^2}{2} + \beta \dot{x} \dot{y} - \frac{x^2 + y^2}{2}$$

2. Знайти частоти малих коливань подвійного математичного маятника. Довжини стрижнів —  $\ell_1, \ell_2$ ; маси вантажів  $m_1, m_2$ .

3. Знайти частоти малих коливань таких систем:



(a)



(b)

4. Система складається з  $N$  матеріальних точок маси  $m$  кожна, розміщених на одній горизонтальній прямій. Точки з'єднані між собою однаковими пружинами жорсткості  $k$ , які в нерозтягнутому стані мають довжину  $\ell$ . Знайти частоти малих коливань такої системи, якщо

(a)  $N = 2$

(b)  $N = 3$

(c)  $N = 4$

(d)  $N=3$ , крайня ліва точка закріплена

(e)  $N=4$ , обидві крайні точки закріплені