

Малі коливання. Інші задачі

1. Знайти закон руху одновимірного гармонічного осцилятора, якщо сила, що діє на нього має вигляд

$$F(t) = \begin{cases} F_0, & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau. \end{cases}$$

В початковий момент часу $t = 0$ осцилятор знаходився в стані спокою. Знайти також повну передану осцилятору енергію.

2. Визначити енергію, передану одновимірному гармонічному осцилятору під дією сили $F(t)$, якщо

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad F &= F_0 e^{-(t/\tau)^2} & \text{(b)} \quad F &= F_0 e^{-t/\tau} & \text{(c)} \quad F &= \frac{F_0}{1 + \left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \\ \text{(d)} \quad F &= \begin{cases} F_0 \frac{t}{\tau}, & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau \end{cases} & \text{(e)} \quad F &= \begin{cases} F_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau \end{cases} \end{aligned}$$

В момент часу $t = 0$ осцилятор перебував в стані спокою.

3. Застосовуючи метод Боголюбова–Крилова знайти частоту малих коливань в другому наближенні, якщо рівняння руху виглядає так

$$\text{(a)} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = \alpha x^2 \quad \text{(b)} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = \beta x^3 \quad \text{(c)} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = \alpha x^2 + \beta x^3$$

4. Точка підвісу математичного маятника здійснює швидкі вертикальні коливання за законом $y = a \cos \Omega t$, $\Omega \gg \sqrt{g/l}$. Знайти ефективну потенціальну енергію маятника, положення стійкої рівноваги та частоти малих коливань.
5. Точка підвісу математичного маятника здійснює швидкі горизонтальні коливання за законом $y = a \cos \Omega t$, $\Omega \gg \sqrt{g/l}$. Знайти ефективну потенціальну енергію маятника, положення стійкої рівноваги та частоти малих коливань.